LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje

Silvia, Vilanova; María, Rocerau; Guillermo, Valdez; María, Oliver; Susana, Vecino; Perla, Medina; Mercedes, Astiz; Estella, Alvarez
Departamento de Matemática, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

Introducción

A partir de la reforma del sistema educativo en la Argentina podemos observar en los Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica (1995) un especial énfasis en la resolución de problemas como método integral en la enseñanza de la Matemática. Allí se indica que la resolución de problemas es un proceso que debe penetrar todo el diseño curricular y proveer el contexto en el cual los conceptos y las actitudes pueden ser aprendidos. La habilidad de plantear y resolver problemas con una variedad de estrategias y recursos, aparece no sólo como contenido procedimental, sino también como una de las bases del enfoque general con que han de trabajarse los contenidos de Matemática en la E.G.B., situándose como un aspecto central en la enseñanza y el aprendizaje en esta área.

Esta recomendación descansa en una concepción particular sobre lo que significa la matemática, su enseñanza y su aprendizaje.

La siguiente cita de Hersh (1986) ilustra esta cuestión: "La concepción sobre la matemática afecta la propia concepción sobre cómo debe ser enseñada. La manera de enseñar es un indicador sobre lo que uno cree que es esencial en ella... El punto entonces no es ¿cuál es la mejor manera de enseñar? sino, ¿de qué se trata la matemática?"

Sin embargo, estas concepciones, al igual que el término “resolución de problemas” varían ampliamente. Thompson (1992) señala que existe una visión de la matemática como una disciplina caracterizada por resultados precisos y procedimientos infalibles cuyos elementos básicos son las operaciones aritméticas, los procedimientos algebraicos y los términos geométricos y teoremas; saber matemática es equivalente a ser hábil en desarrollar procedimientos e identificar los conceptos básicos de la disciplina. La concepción de enseñanza de la matemática que se desprende de esta visión conduce a una educación que pone el énfasis en la manipulación de símbolos cuyo significado raramente es comprendido.

Una visión alternativa acerca del significado y la naturaleza de la matemática consiste en considerarla como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones, cuyos resultados deben ser juzgados en relación al ambiente social y cultural. La idea que subyace a esta visión es que "saber matemática" es "hacer matemática". Lo que caracteriza a la matemática es precisamente su hacer, sus procesos creativos y generativos. La idea de la enseñanza de la matemática que surge de esta concepción es que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Estas situaciones requieren de un pensamiento creativo, que permita conjeturar y aplicar información, descubrir, inventar y comunicar ideas, así como probar esas ideas a través de la reflexión crítica y la argumentación. Esta visión de la educación matemática está en agudo contraste con la anterior en la cual el conocimiento y manejo de conceptos y procedimientos es el objetivo último de la instrucción.

El énfasis en la resolución de problemas como método integral para la enseñanza de la matemática observado en los Contenidos Básicos Comunes, se apoya en la concepción que Ernest (1988) sintetiza así: "... hay una visión de la matemática (conducida por la resolución de problemas) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son generados y luego convertidos en conocimiento. Así, la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento (...). La matemática no es un producto terminado, porque sus resultados permanecen abiertos a revisión."

La resolución de problemas en la educación matemática

A partir de lo anterior, existe un acuerdo general en aceptar la idea de que el objetivo primario de la educación matemática debería ser que los alumnos aprendan matemática a partir de la resolución de problemas. Sin embargo, dadas las múltiples interpretaciones del término, este objetivo difícilmente es claro.

En efecto, el término *resolución de problemas* ha sido usado con diversos significados, que van desde trabajar con ejercicios rutinarios hasta hacer matemática profesionalmente.

Una aproximación al concepto "problema"

Según Stanic y Kilpatrick (1988), " los problemas han ocupado un lugar central en el curriculum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El termino "resolución de problemas" se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular."

Según este autor, la utilización de los términos "problema" y "resolución de problemas" ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años, como se describe brevemente a continuación:

<u>Primer significado: resolver problemas como contexto.</u>

Desde esta concepción, los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, jugando cinco roles principales:

- *Como una justificación para enseñar matemática*: al menos algunos problemas relacionados con experiencias de la vida cotidiana son incluídos en la enseñanza para mostrar el valor de la matemática.
- *Para proveer especial motivación a ciertos temas*: los problemas son frecuentemente usados para introducir temas, con el convencimiento implícito o explícito de que favorecerán el aprendizaje de un determinado contenido.
- *Como actividad recreativa*: muestran que la matemática puede ser "divertida" y que hay usos entretenidos para los conocimientos matemáticos.

- *Como medio para desarrollar nuevas habilidades*: se cree que, cuidadosamente secuenciados, los problemas pueden proporcionar a los estudiantes nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones relacionadas con algún tema.
- *Como práctica*: la mayoría de las tareas matemáticas en la escuela caen en esta categoría. Se muestra una técnica a los estudiantes y luego se presentan problemas de práctica hasta que se ha dominado la técnica.

Sin embargo, en cualquiera de estas cinco formas, los problemas son usados como medios para algunas de las metas señaladas arriba. Esto es, la resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas.

Segundo significado: resolver problemas como habilidad.

La mayoría de los desarrollos curriculares que ha habido bajo el término resolución de problemas a partir de la década de los 80 son de este tipo.

La resolución de problemas es frecuentemente vista como una de tantas habilidades a ser enseñadas en el curriculum. Esto es, resolver problemas no rutinarios es caracterizado como una habilidad de nivel superior, a ser adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios (habilidad que a su vez, es adquirida a partir del aprendizaje de conceptos y habilidades matemáticas básicas).

Es importante señalar que, aún cuando en esta segunda interpretación del término los problemas son vistos como una habilidad en sí misma, las concepciones pedagógicas y epistemológicas que subyacen son precisamente las mismas que las señaladas en la interpretación anterior: las técnicas de resolución de problemas son enseñadas como un *contenido*, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

Tercer significado: resolver problemas es "hacer matemática".

Hay un punto de vista particularmente matemático acerca del rol que los problemas juegan en la vida de aquellos que hacen matemática. Consiste en creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en problemas y soluciones.

El matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es Polya. Nos hemos familiarizado con su trabajo a través del libro “How to solve it” (1954), en el cual introduce el término “heurística” para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla luego en “Matemática y razonamiento plausible” (1957) y “Mathematical Discovery” (1981).

La conceptualización de Polya sobre la matemática como una actividad se evidencia en la siguiente cita: “Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados, y casi todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel.” (Polya, 1954)

Para Polya, la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas y considera que los estudiantes tienen que adquirir el sentido de la matemática como una actividad; es decir, sus experiencias con la matemática deben ser consistentes con la forma en que la matemática es hecha.

Avances de la investigación sobre resolución de problemas matemáticos

En los últimos años, se han hecho extensas revisiones sobre la literatura de investigación en resolución de problemas matemáticos, entre las que pueden citarse las de Lester (1980), Schoenfeld (1992) y Kilpatrick (1969). De su lectura se puede concluir que la investigación en esta área comenzó por ser ateórica, asistemática, interesada casi exclusivamente en problemas standard y restringida a cuantificaciones sobre el comportamiento en resolución de problemas. Actualmente, en cambio, usa un amplio rango de métodos (cuantitativos y cualitativos), abarca un amplio espectro de problemas y tiene un sustento teórico.

En los últimos años, y sobre la base de las investigaciones anteriores, fue posible tener una visión más amplia a partir de la incorporación de conceptos como el de las interacciones sociales y el del aprendizaje situado, que emergieron como cuestiones centrales.

Un recorrido por los principales resultados de investigación, revela cuatro áreas de indagación en las cuales se han hecho importantes progresos:

a) la determinación de la dificultad en los problemas; b) las distinciones entre buenos y malos resolutores de problemas; c) la instrucción en resolución de problemas y d) el estudio de la metacognición.

Los principales hallazgos consisten en la identificación de las variables causantes de la dificultad de los problemas, la interacción entre esas variables y su vinculación con las variables del sujeto; la distinción entre expertos y novatos y su caracterización; la determinación de algunos requisitos vinculados a la enseñanza en resolución de problemas y variados intentos de indagar sobre el rol de la metacognición en la resolución de problemas.

Del análisis de la literatura de investigación, se desprende que algunos aspectos fundamentales permanecen sin dirección o no resueltos en el área de la resolución de problemas y en cada uno de los aspectos particulares relacionados con ella. Según Schoenfeld (1992):

a. Se necesita mucha más claridad sobre el significado del término *resolución de problemas,* que ha funcionado como un paraguas bajo el cual tipos radicalmente distintos de investigación han sido conducidos.

b. Con relación a los *recursos,* resta elaborar una interacción dinámica entre los recursos y otros aspectos del comportamiento al resolver problemas, es decir, analizar cómo interactúan los recursos con las estrategias, las creencias y las prácticas.

c. Con relación a las *heurísticas o estrategias*, mucho del trabajo teórico ya ha sido hecho, pero los temas que quedan pendientes tienen más que ver con la práctica y la implementación.

d. Con respecto a las *concepciones y creencias*, este campo ha re-emergido como foco de investigación y necesita una concentración de la atención. Está poco conceptualizado y necesita simultáneamente nuevas metodologías y nuevos marcos explicativos.

f. Con respecto a las *prácticas* y a los significados a través de los cuales son aprendidas, su importancia parece haber sido reconocida, pero lo único que se ofrece para explicarla es un pequeño número de bien descritos estudios de casos.

Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos

Hasta el momento, sin embargo, no hay ningún marco explicativo completo sobre cómo se interrelacionan los variados aspectos del pensamiento matemático. En este contexto, parece haber un acuerdo general sobre la importancia de estos cinco aspectos (Schoenfeld, 1992):

a) El conocimiento de base

b) Las estrategias de resolución de problemas

c) Los aspectos metacognitivos

d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias

e) La comunidad de práctica

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

En el análisis del rendimiento en situaciones de resolución de problemas, los aspectos centrales a investigar generalmente se relacionan con lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento, cuáles son las opciones que tiene a su disposición y por qué utiliza o descarta algunas de ellas. Desde el punto de vista del observador, entonces, el punto principal es tratar de delinear el conocimiento de base de los sujetos que se enfrentan a la situación de resolución de problemas. Es importante señalar que en estos contextos, el conocimiento de base puede contener información incorrecta. Las personas arrastran sus concepciones previas o sus limitaciones conceptuales a la resolución de problemas y *esas* son las herramientas con las que cuentan.

Los aspectos del conocimiento relevantes para el rendimiento en resolución de problemas incluyen: el conocimiento intuitivo e informal sobre el dominio del problema, los hechos, las definiciones y los procedimientos algorítmicos, los procedimientos rutinarios, las competencias relevantes y el conocimiento acerca de las reglas del lenguaje en ese dominio (Schoenfeld, 1985).

En suma, los hallazgos en la investigación señalan la importancia y la influencia del conocimiento de base (también llamado “recursos”) en resolución de problemas matemáticos. Estos esquemas de conocimiento son el vocabulario y las bases para el rendimiento en situaciones rutinarias y no rutinarias de resolución.

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

Primero: Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿son irrelevantes, o contradictorias?, etc.

Segundo: Diseñar un plan: ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.

Tercero: Ponerlo en práctica: aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos, etc.

Cuarto: Examinar la solución: ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?, etc.

Sin embargo, mientras su nombre es frecuentemente invocado, sus ideas son habitualmente trivializadas. Poco de lo que se hace en el nombre de Polya, conserva el espíritu de sus ideas.El status científico de las estrategias heurísticas discutidas por Polya en su libro, ha sido problemático, a pesar de que la evidencia parece haberse vuelto a su favor en las pasadas décadas (Schoenfeld, 1992).

c) Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

Hallazgos de investigación en educación matemática señalan que el desarrollo de la autorregulación en temas complejos es difícil y frecuentemente implica modificaciones de conducta (desaprender conductas inapropiadas de control aprendidas antes). Estos cambios pueden ser realizados pero requieren largos períodos de tiempo.

Los aspectos metacognitivos se relacionan, en suma, con la manera en que se seleccionan y despliegan los recursos matemáticos y las heurísticas de que se dispone.

d) Los sistemas de creencias

Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década. Sobre esta cuestión, Lampert (1992) señala:

" Comúnmente, la matemática es asociada con la certeza; saber matemática y ser capaz de obtener la respuesta correcta rápidamente van juntas. Estos presupuestos culturales, son modelados por la experiencia escolar, en la cual hacer matemática significa seguir las reglas propuestas por el docente; saber matemática significa recordar y aplicar la regla correcta cuando el docente hace una pregunta o propone una tarea; y la "verdad" matemática es determinada cuando la respuesta es ratificada por el docente. Las creencias sobre cómo hacer matemática y sobre lo que significa saber matemática en la escuela son adquiridas a través de años de mirar, escuchar y practicar."

Las creencias pueden ser consideradas la zona oscura o de transición entre los aspectos cognitivos y afectivos. Thompson (1992), reseñó los estudios que documentan cómo los docentes difieren ampliamente en sus creencias sobre la naturaleza y el sentido de la matemática, así como en su visión sobre cuáles son los objetivos más importantes de los programas escolares de matemática, el rol de los docentes y los estudiantes en las clases de matemática, los materiales de aprendizaje más apropiados, los procedimientos de evaluación, etc. Estas investigaciones también han mostrado que existen relaciones entre las creencias y concepciones de los docentes de matemática por una parte y sus visiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática y su propia práctica docente, por otra.

Thompson encontró grandes diferencias en la visión de docentes sobre la naturaleza y el significado de la matemática, que van desde considerarla como un cuerpo estático y unificado de conocimientos absolutos e infalibles, hasta considerarla como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión.

Una de las principales diferencias encontradas por Thompson, se relaciona con el rol de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática. Por otra parte, también observó discrepancias entre las creencias que profesan los docentes y la práctica de la enseñanza que realizan, lo que evidencia que las creencias de los docentes no se relacionan de una manera simple y directa con su comportamiento..

En suma, concientes o no, las creencias modelan el comportamiento matemático. Las creencias son abstraídas de las experiencias personales y de la cultura a la que uno pertenece. Esto conduce a la consideración de la *comunidad de práctica de la matemática*, como el último, pero no por eso el menos importante, de los aspectos a considerar.

e) La comunidad de práctica

Un gran cuerpo de literatura emergente en los últimos años, considera al aprendizaje matemático como una actividad inherentemente social (tanto como cognitiva), y como una actividad esencialmente constructiva, en lugar de receptiva.

Hacia mediados de los 80, se produce una extensión de la noción de constructivismo desde la esfera puramente cognitiva, donde fue hecha la mayor parte de la investigación, hacia la esfera social. Muchas líneas de investigación cognitiva, se orientan entonces hacia la hipótesis de que desarrollamos hábitos y habilidades de interpretación y construcción de significados, a través de un proceso más concebido como de socialización que como de instrucción.

Esta perspectiva cultural es relativamente nueva en la literatura relacionada con la educación matemática. La idea principal, es que la comunidad a la que uno pertenece modela el desarrollo del punto de vista de sus miembros. Es decir, el aprendizaje es culturalmente modelado y definido: las personas desarrollan su comprensión sobre cualquier actividad a partir de su participación en lo que se ha dado en llamar la “comunidad de práctica”, dentro de la cual esa actividad es realizada. Las lecciones que los alumnos aprenden acerca de la matemática en el aula son principalmente culturales y se extienden más allá del espectro de los conceptos y procedimientos matemáticos que se enseñan: lo que se piensa que la matemática es, determinará los entornos matemáticos que se crearán y aún la clase de comprensión matemática que se desarrollará.

Se observa actualmente una tendencia a realizar investigaciones en educación matemática más centradas en entornos de aprendizaje naturales. Estas líneas de investigación son mucho más amplias en cuanto a orientación y alcance, abarcando las tradiciones etnográfica, etnometodológica y la psicología cultural. Está empezando a surgir una teoría de las situaciones cognitivas que adopta la naturaleza *distribuida* de la cognición como punto de partida. En estas teorías, se considera que la cognición se comparte con otros individuos así como con otras herramientas y artefactos: el pensamiento está situado en un contexto particular de intenciones, compañeros y herramientas.

Algunos aspectos de la cognición distribuida socialmente son, potencialmente, de gran relevancia para la instrucción y la enseñanza. Uno de ellos es el concepto de aprendizaje interactivo como una interiorización de procesos que inicialmente han sido practicados en interacción con otros. Esto sugiere que una parte crucial del trabajo del educador consiste en diseñar cuidadosamente interacciones que favorezcan la interiorización de estrategias determinadas, formas de razonamiento y posturas conceptuales.

El co-constructivismo caracteriza el desarrollo como una construcción conjunta de la persona, orientada por los “otros sociales”, en un entorno estructurado. Ello comporta una nueva unidad de análisis en psicología y educación: la persona que construye significados actuando en un entorno estructurado e interactuando con otras personas de forma intencional.

¿Cómo tiene lugar tal construcción? Los dos modelos más conocidos en la interpretación de las relaciones entre lo social, lo cultural y lo personal son: el modelo de los encuentros esporádicos entre individuo y sociedad y el de interacción, que implica una negociación de significados compartidos en el contexto de actividades socioculturales. Sin embargo, un tercer modelo es posible: el de las prácticas sociales y culturales “situadas”, que tiene referencias sociológicas, antropológicas, lingüísticas e históricas. (Goffman, Bourdieu, Lave, y Chartier entre otros).

Este tercer modelo considera al aprendizaje como emergente de la participación en dichas prácticas e incorpora a la vez al individuo y a sus condiciones objetivas. El énfasis en las prácticas va acompañado de un énfasis en el aspecto activo de la aprehensión del mundo: los objetos de conocimiento son construidos y no pasivamente registrados, así como los objetos culturales no se adquieren por su mera contemplación. Desde este tercer modelo, el de las prácticas situadas, es posible una integración de lo cultural, lo social y lo individual.

En síntesis, se puede afirmar que cada uno de los aspectos analizados hasta aquí que intervienen en la resolución de problemas, es en sí mismo coherente y dentro de ellos la investigación ha producido interesantes ideas sobre los mecanismos principales. Pero todavía se comprende poco acerca de las *interacciones* entre estos aspectos y menos acerca de cómo confluyen todos en dar a un individuo su particular sentido de la actividad matemática, su “punto de vista matemático”.

Schoenfeld (1992) opina que "(...) la clave de esta cuestión está en el estudio de la *inculturación* que se produce al entrar a la comunidad matemática. Si se quiere comprender cómo se desarrolla la perspectiva matemática, se debe encarar la investigación en términos de las comunidades matemáticas en las cuales los estudiantes y los docentes conviven, y en las prácticas que se realizan en esas comunidades. El rol de la interacción con los otros será central en la comprensión del aprendizaje."

Es necesario también una nueva aproximación a los factores afectivos, que considere a los alumnos como individuos con un sistema de creencias o visión del mundo particular. Comprender esa visión del mundo en toda su complejidad es una tarea difícil; las reacciones afectivas hacia la matemática ocurren dentro de una estructura relacionada con cómo se concibe al mundo en general. Es necesario conectarse entonces con las diferencias individuales y culturales en sus respuestas hacia la matemática

La enseñanza de la matemática desde una concepción basada en la resolución de problemas

Enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Polya, se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:

1. Matemáticamente, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferas o no, y qué podrían hacer en lugar de eso.
2. Pedagógicamente, porque el docente debe decidir cuándo intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar ésto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.
3. Personalmente, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de *no saber*. Trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.

Por otra parte, distintos autores señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de “cómo enseñar a través de la resolución de problemas”, destacándose tres aspectos principales a profundizar en la investigación:

1. El rol del docente en una clase centrada en la resolución de problemas: poca literatura relacionada con la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas discute la especificidad del rol del docente.

2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas: no hay una descripción adecuada de lo que realmente ocurre en estas clases, a pesar de existir largas listas sobre los comportamientos de los docentes, sobre los comportamientos de los alumnos, sobre sus interacciones y la clase de atmósfera que existe.

3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo, y no en los individuos aislados: gran parte de lo investigado en resolución de problemas matemáticos se ha centrado en los procesos de pensamiento usados por los individuos mientras resuelven problemas. Sin embargo, queda pendiente profundizar la investigación centrándose en los grupos y en los ambientes de clase, indagando los procesos de enseñar y aprender matemática desde la perspectiva del aprendizaje situado.

Consideraciones finales

La educación matemática debería proveer a los estudiantes de una concepción de la matemática, de un sentido de la disciplina (su alcance, su poder, sus usos, y su historia), y de una aproximación al hacer matemático, en el nivel adecuado a sus posibilidades. Desde esta perspectiva, la enseñanza debería ser encarada como una comprensión conceptual más que como un mero desarrollo mecánico de habilidades, que desarrolle en los estudiantes la habilidad de aplicar los contenidos que han aprendido con flexibilidad y criterio. Debería también proveer a los alumnos de la oportunidad de explicar un amplio rango de problemas y situaciones problemáticas, que vayan desde los ejercicios hasta los problemas abiertos y situaciones de exploración, ayudando a desarrollar “un punto de vista matemático” (Schoenfeld, 1992), caracterizado por la habilidad de analizar y comprender, de percibir estructuras y relaciones estructurales, de expresarse oralmente y por escrito con argumentos claros y coherentes. En suma, debería preparar a los estudiantes para convertirse, lo más posible, en aprendices independientes, intérpretes y usuarios de la matemática.

Para cumplir estos objetivos, la comunidad de práctica en la cual ellos aprenden matemática debe reflejar y sostener estas formas de pensar. Esto es, las aulas deben ser comunidades en las cuales la matemática adquiera sentido, y lo que como docentes esperamos de los estudiantes, sea realmente practicado (Schoenfeld, 1992).

BIBLIOGRAFÍA

- AUSUBEL, D.; NOVAK, J. & HANESIAN, H.(1991) Psicología Educativa. México D.F.: Editorial Trillas.
- BOYLE, D.G. (1971) Lenguaje y pensamiento en el desarrolo humano. Buenos Aires: Troquel.
- BRUNER, Jerome. (1990) Actos de significado. Madrid: Alianza.
- CALLEJO, María Luz. (1994) Un club matemático para la diversidad. Madrid: Narcea.
- KILPATRICK, J. (1985).A retrospective account of the past twenty-five years of research on teaching mathematical problem solving. In E.A. Silver, Teaching and Learning mathematical problem solving: multiple research perspectives, pp1-16 Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- KLINE, Morris (1978) El fracaso de la matemática moderna. Madrid: Siglo XXI.
- KLINE, Morris. (1982) Mathematics, the loss of certainty. Oxford: Oxford University Press.
- LAMPERT, M. (1992) . Handbook for Research on Mathematics. In Schoenfed, A.: Learning to think mathematically, Teaching and Learning. D.Grows, Ed. New York:Mac Millan.
- LESTER, F.K. (1980) Research on mathematical problem solving. In R.J. Shumway (Ed) Research in mathematics education, pp 286.323. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- LESTER, Frank K. (1994) Musings about mathematical problem-solving research: 1970-1994. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 25 (6) pp 660-675.
- MARTÍ, E. (Coord) (1996) (2) Tema monográfico: El constructivismo a debate. Anuario de Psicología, (69). Barcelona: Gráfiques 92, S.A.
- MCLEOD Douglas B.(1994) Research on affect and mathematics learning since 1970 to the present. Journal for Research In Mathematics Education. Vol 25. (6) pp 637-647.
- MINISTERIO DE CULTURA Y EDUCACIÓN. (1995) Contenidos Básicos Comunes para la Educación General Básica. Argentina.
- NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS.(2000) Principles and standards for School Mathematics. Reston. EEUU.
- NOVAK, Joseph (1982) Teoría y práctica de la educación. Madrid: Alianza.
- PIMM, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Morata.
- POLYA, George (1981) Mathematical Discovery. On understanding, learning and teaching problem solving. Combined Edition. New York: Wiley & Sons, Inc.
- POLYA, George (1957) Mathematics and plausible reasoning (volumen 1 y 2). Princeton:Princeton University Press.
- POLYA, George (1954) How to solve it, Princeton:Princeton University Press.
- RESNIK, L. (1989). Treating mathematics as an ill-structured discipline. In R. Charles & E. Silver (Eds.) The teaching and assesing of mathematical problem solving, pp 32-60. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

- RESNIK, L. & Collins, Allan. (1996) Cognición y Aprendizaje. En Anuario de Psicología. (69) pp 189-197. Barcelona: Grafiques 92, S.A.
- SCHOENFELD, Alan (1992) Learning to think mathematically: problem solving, metacognition and sense making in mathematics. In Handbook for Research on Matematics Teaching and Learning. New York: Macmillan.
- SCHOENFELD, Alan (1985) Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.
- SCHOENFELD, Alan (1989) Explorations of student´s mathematical beliefs and behavior. In Journal for Research in Mathematics Education. 20 (4), pp 338-355. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- TEBEROSKY, Ana.(1996) Co-constructivismo y relaciones asimétricas. . En Anuario de Psicología. (69) pp 83-87. Barcelona: Grafiques 92, S.A.
- STANIC, G. & KILPATRICK, J.(1989), Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In R. Charles&Silver (Eds.) The teaching and assesing of mathematical problem solving, pp.1-22 Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- THOMPSON, A.(1985). Teacher´s conceptions of mathematics and the teaching of problem solving. In E.A. Silver, Teaching and Learning mathematical problem solving: multiple research perspectives ,pp 281-294. Hillsdale, NJ:Erlbaum.
- VILA, Ignacio (1996) La idea de los orígenes sociales de las funciones psicológicas no es antitética con la noción de su construcción personal. En Anuario de Psicología. (69) pp 89-91 Barcelona:Grafiques 92, S.A.