

PALÍNDROMOS de Gödel, Escher, Bach y... Mozart. Un Eterno y Grácil Bucle... Móvil.



Gödel y Bach

Ley de Hofstadter: Siempre lleva mas tiempo del previsto incluso si se tiene en cuenta la Ley de Hofstadter.

Para conmemorar el centenario de K. Gödel recomendamos leer la espléndida obra "[Gödel, Escher, Bach: un Eterno y Grácil Bucle](#)"* de Douglas R. Hofstadter. En ella, encontramos un diálogo (Canon Cangrejo) que se repite terminando igual que empieza, es un curioso "palíndromo". Esto mismo ocurre en el crab canon de Bach, en muchas figuras de Escher y hasta en una especulación sobre un trozo de ADN. Y en este año de homenajes, ya no de 100 sino de 250, también en un "mirror" de Mozart.

Se debe reconocer aquí mismo una palabra-palíndroma, la más larga castellana

CANON CANGREJO

Aquiles y la Tortuga se encuentran por casualidad un día en el parque mientras pasean.

Tortuga: Buen día, Sr. Aquiles.

Aquiles: Vaya, lo mismo digo.

T: Qué agradable encontrarte.

A: Eso mismo pienso yo.

T: Y es un día perfecto para un paseo. Creo que me iré a casa andando.

A: ¿Ah sí? Supongo que no hay nada mejor para ti que andar.

T: A propósito, hay que reconocer que parece que estás en buena forma últimamente.

A: Muchas gracias.

T: De nada. ¿Te apetece uno de mis puros?.

A:¡Oh! Eres tan ignorante. En este tema los holandeses tienen un gusto bastante discutible. ¿No crees?.

T: No estoy de acuerdo, en este caso. Pero hablando de gustos, por fin vi el otro día, Crab canon de tu artista favorito M.C. Escher en una galería, y aprecio completamente la belleza y la ingenuidad con las que consigue que un simple tema se combine tanto hacia adelante como hacia atrás. Pero me temo que siempre pensaré que Bach es superior a Escher.

A: No lo sé. Pero una cosa segura es que no me preocupan las discusiones sobre gustos. "De gustibus non est disputandum".

T: Dime, ¿cómo llevas lo de la edad? ¿Es cierto que ya no se tienen preocupaciones?.

A: Para ser exacto uno ya no tiene neuras.

T: ¡Oh!, bien, lo mismo me ocurre a mí.

A: Tocar el violín. Eso marca la gran diferencia, ¿sabes?.

T: Dime, ¿no tocas la guitarra?.

A: Eso lo hace un buen amigo mío. A menudo toca, el tonto. Pero yo no tocaría la guitarra con un palo de diez pies.

Rápidamente, el cangrejo, aparece de repente y deambula excitado.

Cangrejo: ¡Hola! ¡hola! ¿Qué pasa? ¿Qué hay de nuevo? ¿Ves este golpe, este chichón? Me lo ha dado un malhumorado. ¡Oh! Y en un día tan bonito. Mira, estaba yo simplemente holgazaneando por el parque, cuando apareció este tío gigante de Varsovia., -un trozo de oso colosal- tocando un laúd. Medía tres metros de altura. Me acerqué al tipo, que llegaba hasta el cielo, y me las apañé para darle unas palmaditas en la rodilla, diciéndole "Perdón, señor, pero está contaminando con sus mazurcas". ¡Pero guau!, no tenía ni una pizca de sentido del humor y ¡pof! me dio un manotazo en el ojo. Si me hubiera dejado llevar me habría enfurecido, pero siguiendo la larga tradición de mi especie, me retiré. Después de todo, cuando caminamos hacia adelante, nos movemos hacia atrás. Está en nuestros genes, ¿sabes?. Siempre me lo he preguntado: ¿qué fue primero el cangrejo o el gen?. Es decir, ¿qué vino después, el gen o el cangrejo? Siempre le doy vueltas y vueltas a las cosas. Está en nuestros genes después de todo. Cuando caminamos hacia atrás, nos movemos hacia adelante. ¡Oh, Dios!, debo seguir mi feliz camino, así que me voy en un día tan bueno cantando ¡Oh, por la vida de un cangrejo! ¡TATA! ¡olé!

T: Eso lo hace un buen amigo mío. A menudo hace el tonto. Pero yo no tocaría a un polaco con una guitarra.

A: Dime, ¿no tocas la guitarra?.

T: Tocar el violín. Eso marca la gran diferencia, ¿sabes?.

A: ¡Oh!, bien, lo mismo me ocurre a mí.

T: Para ser exacto uno ya no tiene neuras.

A: Dime, ¿cómo llevas lo de la edad? ¿Es cierto que ya no se tienen preocupaciones?.

T: No lo sé. Pero una cosa segura es que no me preocupan las discusiones sobre gustos. "De disputandum non est gustibus"

T: No estoy de acuerdo, en este caso. Pero hablando de A: No estoy de acuerdo, en este caso. Pero hablando de gustos, por fin oí el otro día, Crab canon de tu compositor favorito J.S. Bach en un concierto, y aprecio completamente la belleza y la ingenuidad con las que consigue que un simple tema se combine tanto hacia adelante como hacia atrás. Pero me temo que siempre pensaré que Escher es superior a Bach.

T: ¡Oh! Eres tan ignorante. En este tema los holandeses tienen un gusto bastante discutible. ¿No crees?.

A: De ninguna manera. ¿Te apetece uno de mis puros?.

T: Muchas gracias.

A: A propósito, hay que reconocer que parece que estás en buena



Canon del Cangrejo
Johann Sebastian Bach

forma últimamente.

T: ¿Ah sí? Supongo que no hay nada mejor para ti que andar.

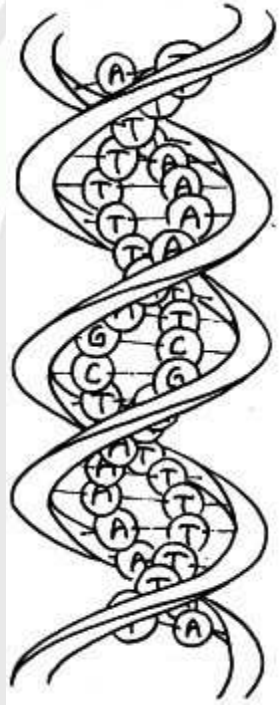
A: Y es un día perfecto para un paseo. Creo que me iré a casa andando.

T: Eso mismo pienso yo.

A: Qué agradable encontrarte.

T: Vaya, lo mismo digo.

A: Buen día, Sra Tortuga.



He aquí una corta sección de los Genes del Cangrejo dando vueltas y vueltas. Cuando las dos cadenas de ADN son desenlazadas y extendidas una al lado de la otra se ven de la siguiente manera:

...TTTTTTTTTCGAAAAAAAAA...
...AAAAAAAAAGCTTTTTTTTTT...

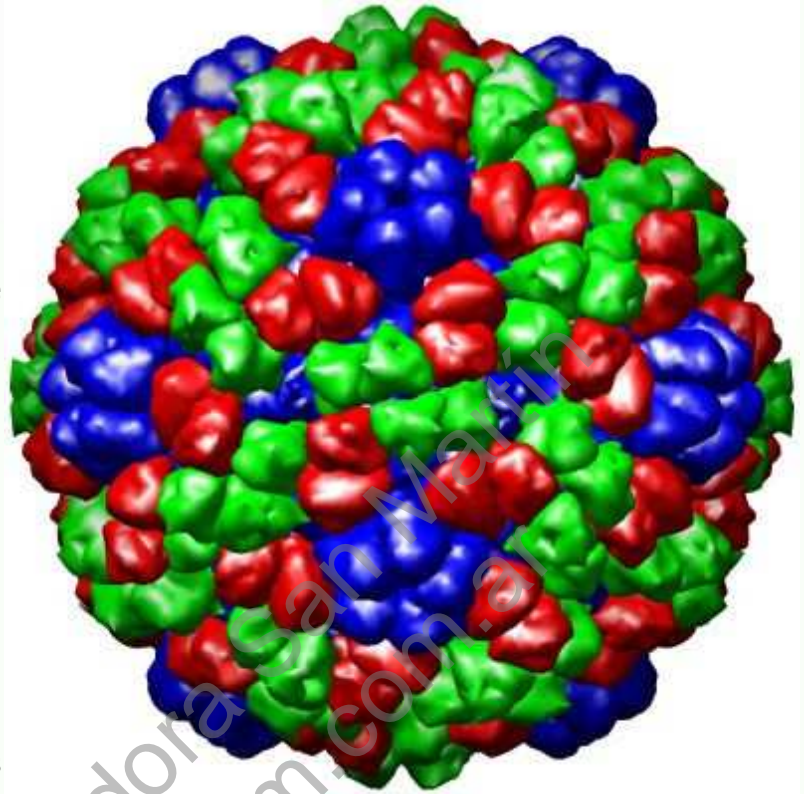
Nótese que ambas son iguales, sólo que una va hacia delante y la otra hacia atrás. Esta es la propiedad que define la forma musical llamada "canon cangrejo". Evoca, aunque es algo diferente, un palíndromo, que es una oración que se lee igual tanto hacia atrás como hacia delante. En biología molecular dichos segmentos de ADN son llamados "palíndromas" -un leve error denominativo, puesto que "canon cangrejo" sería más exacto. Este segmento de ADN no sólo es cangrejo-canónico -sino que, su secuencia básica codifica además la estructura del Diálogo. ¡Obsérvese cuidadosamente!

MOZART: Canon Inversus

Anécdota: [øX174](#), el virus Mozart

[Fred Sanger](#) es un biólogo molecular que desarrolló los instrumentos técnicos para descifrar la secuencia de bases en segmentos largos de ADN. También tiene otros "pequeños méritos" como ser el único que ha obtenido DOS premios Nobel de química en toda la historia. Sanger ha explicado muchas veces como secuenció las 5.375 bases del genoma del virus [øX174](#), eso sucedió en 1977 y lo hizo realmente para probar la eficacia de sus nuevos instrumentos. Sander explica como llevó a cabo la secuenciación y cómo estaban ordenados los genes en el ADN. Lo asombroso, explica, era que los genes se solapaban (un gen es una larga serie de bases que funcionan como un mensaje escrito que indica cómo fabricar proteínas, los componentes esenciales de todas la células vivas.)

Se puede considerar la serie de bases como si fuera una serie de letras del alfabeto; por ejemplo, ABCDEFGHIJKLMN. Pero en este virus el ADN forma un anillo cerrado, de modo que hay que imaginar la serie de bases como un circuito cerrado de 5.375 letras, sin principio ni fin. Hay que imaginar que existe una larga serie de letras por delante de la A y otra larga serie de letras por detrás de la N. Un gen típico consta de muchos cientos de letras. La célula lee las letras de tres en tres para traducirlas a una molécula de proteína. Esto significa que la célula debe decidir dónde empezar a leer. Si la lectura empieza por la letra A, la proteína estará definida por los tripletes ABC, DEF, GHI, JKL, y así sucesivamente. Pero si la lectura empieza por la letra B, la proteína estará definida por los tripletes BCD, EFG, HIJ, KLM, etc. Y si se empieza a leer por la C, la proteína estará definida por los tripletes CDE, FGH, IJK, LMN, etc. Las tres maneras de leer se llaman marcos de lectura. En una serie dada de letras, los tres marcos de lectura determinan proteínas totalmente diferentes. El ADN contiene además secuencias especiales de letras, llamadas secuencias de iniciación, una por cada gen, situadas antes del comienzo del gen y que indican a la célula dónde empezar a leer.



[Video](#)

Antes de que Fred Sanger secuenciara su virus, todo biólogo daba por sentado que cada serie de letras del ADN sólo se podía leer de una manera. Por ejemplo, si los tripletes ABC, DEF, GHI, JKL,... se podían traducir a una proteína útil, parecía sumamente improbable que los tripletes BCD, EFG, HIJ, KLM,... o CDE, FGH, IJK, LMN,... también tuvieran sentido y se pudieran traducir a proteínas. Todos daban por supuesto que el ADN contendría una secuencia de iniciación que fijara el único marco de lectura correcto. Si la secuencia de iniciación decía "empezar por la A", así había que hacerlo. Una célula que cometiera un error y empezara a leer por la B no produciría más que basura. Pero Sanger dijo que había encontrado en su virus largos segmentos de ADN que codificaban una proteína en un marco de lectura y otra proteína diferente en otro marco de lectura., las dos a la vez. Existía incluso un segmento corto que codificaba en dos marcos de lectura y al mismo tiempo funcionaba como secuencia de iniciación para un tercer gen. ¿Cómo podía ser posible? ¿Cómo podía una secuencia tener sentido en distintos marcos de lectura al mismo tiempo?.

Me resultaba difícil creer que el virus pudiera ser tan listo. Pero entonces me acordé de Mozart. Resulta que en aquella época mi hija pequeña tenía diez años y estaba estudiando violín. Una de las piezas que estaba ensayando era un dúo para dos violines. Yo también tocaba el violín, no tan bien como ella, pero lo bastante bien para acompañarla en un dúo sencillo. Lo que tiene de curioso este dúo concreto es que las dos partes están escritas en la misma partitura. Los ejecutantes tienen

que colocarse en lados opuestos de una mesa, sobre la que se coloca la partitura. Uno de ellos toca la composición de arriba abajo, y el otro de abajo a arriba. Y suena bien. Los dos violines armonizan bien y existen algunos contrapuntos interesantes. No es una gran obra musical, pero tiene sentido. Incluso los sostenidos tienen sentido, aunque los signos de sostenido se aplican a distintas notas cuando se lee la partitura al revés. Mozart no podía usar bemoles porque los signos de bemol no tienen simetría rotatoria, de modo que escribió la pieza en sol mayor, que no necesita bemoles. Se lo debió pasar en grande componiéndola. Dudo mucho que ningún otro, aparte de Mozart, hubiera sido capaz de hacerlo.

Por eso llaman al virus de Sanger: el virus Mozart. Demuestra que la naturaleza puede componer un genoma tan ingeniosamente como Mozart componía un dúo de violines. Lo mismo que el dúo en cuestión, el virus Mozart no es una gran obra de arte, pero constituye un magnífico ejemplo del ingenio de la naturaleza.

*Gödel, Escher, Bach

An Eternal Golden Braid (un Eterno y Grácil Bucle)

(Extraído de Wikipedia)

¿Puede un sistema comprenderse a sí mismo? Si esta pregunta se refiere a la mente humana, entonces nos encontramos ante una cuestión clave del pensamiento científico. Y de la filosofía. Y del arte.

Investigar este misterio es una aventura que recorre la matemática, la física, la biología, la psicología y muy especialmente, el lenguaje. Douglas R. Hofstadter, joven y ya célebre científico, nos abre la puerta del enigma con la belleza y la alegría creadora de su estilo. Sorprendentes paralelismos ocultos entre los grabados de Escher y la música de Bach nos remiten a las paradojas clásicas de los antiguos griegos y a un teorema de la lógica matemática moderna que ha estremecido el pensamiento del siglo XX : el de Kurt Gödel.

Todo lenguaje, todo sistema formal, todo programa de ordenador, todo proceso de pensamiento, llegan, tarde o temprano, a la situación límite de la autorreferencia: de querer expresarse sobre sí mismos. Surge entonces la emoción del infinito, como dos espejos enfrentados y obligados a reflejarse mutua e indefinidamente.

Gödel, Escher, Bach: un Eterno y Grácil Bucle, es una obra de arte escrita por un sabio. Versa sobre los misterios del pensamiento e incluye, ella misma, sus propios misterios.

[...]

Aquiles: Está bien. ¿Sería correcto esto?
"GUAU" GUAU

Tortuga: Bien. Pruebe con otro ejemplo.

Aquiles: Está bien.

"PLOP' NO ES EL TÍTULO DE NINGÚN LIBRO, HASTA DONDE YO SÉ"

'PLOP' NO ES EL TÍTULO DE NINGÚN LIBRO, HASTA DONDE YO SÉ

Tortuga: Ahora bien, este interesante ejemplo puede ser modificado y convertido en un espécimen muy interesante, simplemente borrando 'PLOP'

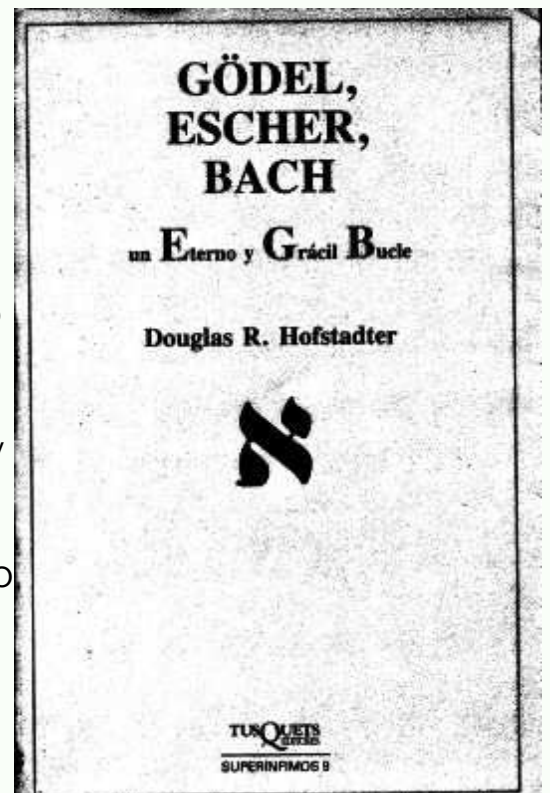
Aquiles: ¿De veras? Déjeme ver a qué se refiere. Se convierte en
"NO ES EL TÍTULO DE NINGÚN LIBRO, HASTA DONDE YO SÉ" NO
ES EL TÍTULO DE NINGÚN LIBRO, HASTA DONDE YO SÉ

[...]

"PRODUCE FALSEDAD CUANDO ES PRECEDIDA POR SU CITA"
PRODUCE FALSEDAD CUANDO ES PRECEDIDA POR SU CITA

[...]

¿Es posible definir que es la evidencia? ¿Es posible formular leyes que indiquen cómo asignar un sentido a las situaciones? Es probable que no, pues toda regulación rígida tendría, indudablemente, excepciones, y no reglas [...] Entonces, si después de todo la evidencia es algo tan intangible, ¿por qué estoy tan prevenido contra formas nuevas de interpretación



de la misma? [...] Todos los teoremas limitativos de la metamatemática y de la teoría de la computación insinúan que, una vez alcanzado determinado punto crítico en la capacidad de representar nuestra propia estructura, llega el momento del beso de la muerte: se cierra la posibilidad de que podamos representarnos alguna vez a nosotros mismos de forma integral. El Teorema de la Incompletitud de Gödel; el Teorema de la Indecibilidad, de Church; el problema de la Detención, de Turing; el Teorema de la Verdad, de Tarski: todos ellos tienen las resonancias de ciertos antiguos cuentos de hadas, advirtiéndonos que "perseguir el autoconocimiento es iniciar un viaje que... nunca estará terminado, no puede ser trazado en un mapa, nunca se detendrá, no puede ser descrito".

"Ocurre que una vez de cada tantas décadas surge un autor desconocido con un libro de tal profundidad, claridad, amplitud, talento, belleza y originalidad que se convierte en el mayor evento literario. Es el caso de Gödel, Escher, Bach."

Martin Gardner, Scientific American

NEWTON

PROFESORES DE MATEMÁTICAS
DragoDSM: Distribuidora San Martín
<http://www.dragodsm.com.ar>